

VI Seminario del Grupo de Investigación Didáctica del Análisis Matemático (VI GIDAM 2025-SEIEM)

Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)

Jueves 24 de abril de 2025

18.45 - 19.00	Inauguración de las jornadas.
19.00 - 19.30	Presentación de la revisión realizada para el capítulo “La enseñanza del Análisis Matemático: panorama compartido” en el marco del convenio entre la SEIEM y la SOMIDEM. Mónica Arnal-Palacián y Matías Arce Universidad de Zaragoza / Universidad de Valladolid
19.30 - 20.00	<i>“Enseñanza y aprendizaje del límite multivariable en diferentes titulaciones universitarias”:</i> un proyecto de investigación en ciernes. Mónica Arnal-Palacián, Ignacio González-Ruiz y Antonio M. Oller-Marcén Universidad de Zaragoza

Viernes 25 de abril de 2025

9.00 - 9.30	<i>Tareas de conversión entre representaciones de intervalos en libros de texto: análisis global y comparativo.</i> Matías Arce y Laura Conejo Universidad de Valladolid
-------------	---

9.30 - 10.00	<i>Conocimiento tecnológico pedagógico del contenido de profesorado de secundaria en formación vinculado al análisis de applets de GeoGebra para la enseñanza del límite.</i> Álvaro Barreras, Luis Dubarbie y Antonio M. Oller-Marcén Universidad Internacional de La Rioja / Universidad de Zaragoza
10.00 - 11.15	<i>Taller: Valoración de un cuestionario para analizar los argumentos que usan los estudiantes de bachillerato cuando asocian representaciones de funciones.</i> María Elisa Lazo y Juan F. Ruiz-Hidalgo Universidad de Granada
11.15 - 11.45	Café
11.45 - 12.45	<i>Ponencia: El estudio de la función derivada desde diferentes perspectivas de investigación en educación matemática.</i> Gloria Sánchez-Matamoros Universidad de Sevilla
12.45 - 13.15	Establecimiento de futuras líneas de trabajo y colaboraciones.
13.15 - 13.30	Clausura de las jornadas.

Lugar de celebración

Facultad de Educación (Aula 0.07), Universidad de Zaragoza.

Datos de inscripción

Estas jornadas son gratuitas y tienen un carácter presencial. La inscripción se realizará a través del siguiente enlace (antes del 15 de abril):

<https://forms.gle/ogUyZ5UyVBL3fbBz6>

En caso de duda ponerse en contacto a través del siguiente e-mail: marnalp@unizar.es

Comité Científico

Mónica Arnal Palacián (Universidad de Zaragoza)

Matías Arce Sánchez (Universidad de Valladolid)

Juan Francisco Ruiz Hidalgo (Universidad de Granada)

Comité Local

Mónica Arnal Palacián (Universidad de Zaragoza)

Antonio M. Oller Marcén (Universidad de Zaragoza)

Financian

- Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)
- Vicerrectorado de Política Científica. Universidad de Zaragoza

Colaboran

- Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones (IUMA)
- Facultad de Educación de la Universidad de Zaragoza

“Enseñanza y aprendizaje del límite multivariable en diferentes titulaciones universitarias”: un proyecto de investigación en ciernes

Mónica Arnal-Palacián, Ignacio González-Ruiz y Antonio M. Oller-Marcén

Universidad de Zaragoza

El proyecto titulado *“Enseñanza y aprendizaje del límite multivariable en diferentes titulaciones universitarias”* nace con el siguiente propósito investigador: indagar el proceso de enseñanza y aprendizaje del límite de funciones en varias variables. Este objeto matemático se encuentra presente en los temarios de cálculo multivariable contemplados en múltiples titulaciones universitarias de grado. Pese a su importancia en los planes de estudio mencionados, su tratamiento didáctico en contextos universitarios ha sido escasamente abordado en la literatura científica (Durand-Guerrier et al., 2021; Martínez-Planell y Trigueros, 2021), circunstancia que avala la pertinencia de este proyecto.

Durante este proyecto se pretende llevar a cabo un análisis documental de las guías docentes y otro acerca del contenido de los manuales que conforman la bibliografía recomendada para los temas de cálculo multivariable presentes en asignaturas de grado, con el fin de identificar el tratamiento institucionalizado del límite multivariable. En el momento presente, con ambos análisis en curso, se dispone de incipientes resultados en relación con los grados de Matemática, Ingeniería Informática y Economía. Posteriormente, se pretende analizar la práctica docente a través de entrevistas al profesorado universitario encargado de la enseñanza del cálculo multivariable (cf. González-Martín y Hernández-Gomes, 2019), con el objetivo de identificar diferencias metodológicas relacionadas con su perfil académico y con la rama de conocimiento a la que se adscribe el grado en que imparte docencia. Asimismo, se contempla la elaboración y aplicación de un cuestionario para evaluar la comprensión del límite multivariable por parte del estudiantado universitario, siguiendo propuestas similares llevadas a efecto con universitarios (Beynon y Zollman, 2015). Por último, cabe destacar que el proyecto contempla la transferencia de resultados a partir del diseño de actividades formativas y talleres dirigidos al profesorado universitario. Estas acciones buscan fomentar una mejora en los procesos de enseñanza-aprendizaje del cálculo multivariable mediante propuestas fundamentadas en evidencias empíricas y en marcos teóricos consolidados.

Este proyecto se concibe como una aportación significativa al estudio de la educación matemática universitaria al poner el foco tanto sobre materiales didácticos como sobre las prácticas docentes y el aprendizaje del alumnado. En este sentido, aspira ofrecer una visión integral del tratamiento del límite multivariable, contribuyendo a superar los obstáculos epistemológicos y didácticos tradicionalmente asociados a este objeto matemático, y fomentando una enseñanza adaptada a las necesidades formativas del estudiantado universitario actual.

Palabras clave: Límite multivariable, enseñanza universitaria, proyecto investigación

Referencias

- Beynon, K. A. y Zollman, A. (2015). Lacking a Formal Concept of Limit: Advanced Non-Mathematics Students' Personal Concept Definitions. *Investigations in Mathematics Learning*, 8(1), 47–62. <https://doi.org/10.1080/24727466.2015.11790347>
- Durand-Guerrier, V., Hochmuth, R., Nardi, E. y Winsløw, C. (Eds.). (2021). *Research and Development in University Mathematics Education: Overview Produced by the International Network for Didactic Research in University Mathematics*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780429346859>
- González-Martín, A. S. y Hernandez-Gomes, G. (2019). Mathematics in engineering programs: what teachers with different academic and professional backgrounds bring to the table. An institutional analysis. *Research in Mathematics Education*, 22(1), 67–86. <https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1663255>
- Martínez-Planell, R. y Trigueros, M. (2021) Multivariable calculus results in different countries. *ZDM Mathematics Education* 53, 695–707. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01233-6>

Tareas de conversión entre representaciones de intervalos en libros de texto: análisis global y comparativo

Matías Arce y Laura Conejo

Universidad de Valladolid

Los intervalos de la recta real tienen un papel relevante en el aprendizaje de diversos contenidos matemáticos pero sus procesos de enseñanza y aprendizaje han recibido escasa atención investigadora. En su aprendizaje juega un papel muy relevante el dominio de sus diferentes registros de representación, y la necesidad de realizar conversiones y coordinaciones para llegar a distinguir entre representante y objeto representado (Duval, 1999). En la UVa hemos desarrollado varios estudios buscando avanzar en la comprensión de los procesos de aprendizaje de los intervalos (Pecharromán et al., 2018, 2019). Al analizar las estrategias de conversión entre representaciones de intervalos por alumnado de 4.º de ESO y 1.º de Bachillerato, detectamos que muchos errores cometidos tenían su origen en estrategias de conversión por congruencia, basadas en la traducción sintáctica concatenada de las diferentes unidades significantes que forman la representación de un registro a otro (Pecharromán et al., 2019). Esto obliga a plantear en la enseñanza una variedad suficiente de conversiones y expresiones que permitan superar la estrategia de conversión por congruencia como estrategia aparentemente satisfactoria, pero que no muestra un significado semántico del concepto (Goldin, 2002).

En ese sentido, partiendo de la influencia que siguen teniendo los libros de texto en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Fan et al., 2013), presentamos aquí una evolución (en curso) del estudio y resultados de Arce y Conejo (2021). Se han analizado, con técnicas de análisis de contenido, las tareas de conversión directa entre representaciones en los libros de texto de seis editoriales de amplia difusión (ANAYA, Santillana, SM, Edelvives, Vicens Vices y Editex) para las tres últimas leyes educativas (LOE, LOMCE y LOMLOE).

Como primer resultado destacable, sorprende que, en muchos enunciados de las tareas, se identifican las palabras intervalo o semirrecta solo con uno de sus registros (el numérico), usando nomenclaturas muy variadas para identificar los otros registros (por ejemplo, “definir” o “escribir en forma de desigualdad” para el registro algebraico). Hemos observado un desequilibrio muy importante en las tareas de conversión planteadas según la editorial (mientras que en Santillana y ANAYA hay más de 50 conversiones de media por libro, en SM apenas hay 13), y con un patrón de mayor presencia de tareas en 4.º de ESO que en 1.º de Bachillerato. También hay un desequilibrio muy importante, e independiente del curso y la legislación, en la presencia de las diferentes conversiones: hay una presencia mucho mayor del registro numérico como registro tanto de salida como de llegada, del registro algebraico en el registro de salida y del registro gráfico en el registro de llegada, prevaleciendo las conversiones algebraico $\rightarrow$ numérico y numérico $\rightarrow$ gráfico muy por encima del resto. Por último, es común el uso de expresiones muy similares al escribir intervalos en el registro algebraico y verbal que facilitan expresiones

por congruencia, lo que supone una limitación en términos de las oportunidades de aprendizaje proporcionadas.

Palabras clave: Intervalos de la recta real, conversiones entre representaciones, libros de texto, congruencia

Referencias

- Arce, M. y Conejo, L. (2021). Características de las tareas de conversión entre representaciones de intervalos de la recta real propuestas en libros de texto. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 141 – 148). SEIEM.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.
- Fan, L., Zhu, Y. y Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45, 633-646.
- Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. En L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 197-218). Lawrence Erlbaum Associates.
- Pecharromán, C., Arce, M. y Conejo, L. (2019). Estrategias y errores de conversión entre representaciones de intervalos de la recta real. *Enseñanza de las Ciencias*, 37(3), 169-187.
- Pecharromán, C., Arce, M., Conejo, L. y Ortega, T. (2018). Metodología teórica para analizar la congruencia entre representaciones de objetos matemáticos: el caso de los intervalos no acotados de la recta real. *Educación Matemática*, 30(3), 184-210.

Conocimiento tecnológico pedagógico del contenido de profesorado de secundaria en formación vinculado al análisis de applets de GeoGebra para la enseñanza del límite.

Álvaro Barreras¹, Luis Dubarbie¹ y Antonio M. Oller-Marcén²

¹Universidad Internacional de La Rioja, ²Universidad de Zaragoza

En este trabajo se reportan algunos resultados iniciales obtenidos a partir del diseño e implementación de una intervención dirigida a profesorado de secundaria en formación y centrada en el análisis de applets de GeoGebra para la enseñanza del límite de una función. Esta intervención consistió en la realización de un cuestionario previo, la participación en un taller y la realización de un cuestionario posterior. Los cuestionarios giraban en torno a la valoración y posible utilización de tres applets de GeoGebra elegidos en base al trabajo previo de los autores (Barreras et al., 2022). En el taller, desarrollado de forma virtual y grabado para su análisis posterior, participaron 49 estudiantes del Máster en Formación del Profesorado, especialidad de Matemáticas de la UNIR y se trataron los elementos descritos en (Barreras et al., 2022): interactividad, sistemas de representación y acciones e imágenes conceptuales del límite. El análisis cualitativo de los cuestionarios se ha realizado siguiendo las líneas de (Dubarbie-Fernández et al., 2025) y teniendo en consideración los distintos elementos del modelo TPACK (Koehler y Mishra, 2009). Además de presentar un análisis descriptivo de los datos, trataremos de hacer énfasis en las diferencias detectadas entre los resultados previos y posteriores a la realización del taller. Estas diferencias ponen de manifiesto el potencial formativo y la necesidad de este tipo de actividades con profesorado en formación (Camacho-Machín et al., 2019).

Palabras clave: GeoGebra, Límites, TPACK, Formación de profesorado.

Referencias

- Barreras Peral, Á., Dubarbie, L. y Oller-Marcén, A.M. (2022). Análisis de applets de GeoGebra para la enseñanza del límite de una función. *Bordón. Revista De Pedagogía*, 74(4), 65–83. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2022.93361>
- Camacho-Machín, M., Perdomo-Díaz, J. y Hernández, A. (2019). Actividades para la formación de profesores derivadas del uso de GeoGebra en la resolución de problemas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 373-396). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.
- Dubarbie-Fernández, L., Barreras, Á. y Oller-Marcén, A.M. (2025). El uso de GeoGebra en la enseñanza de conceptos matemáticos: prácticas, barreras y percepciones

docentes. *Revista Latinoamericana De Tecnología Educativa - RELATEC*, 24(1), 77–100. <https://doi.org/10.17398/1695-288X.24.1.77>

Koehler, M. y Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)? *Contemporary issues in technology and teacher education*, 9(1), 60–70.

Taller: Valoración de un cuestionario para analizar los argumentos que usan los estudiantes de bachillerato cuando asocian representaciones de funciones.

María Elisa Lazo y Juan F. Ruiz-Hidalgo

Universidad de Granada

En el marco de la realización de un TFM cuyo objetivo es caracterizar los argumentos utilizados por estudiantes de 1º Bachillerato cuando relacionan diferentes representaciones de funciones, hemos elaborado un cuestionario que sirva de reactivo para obtener respuestas razonadas sobre el uso de características y propiedades globales y locales de las funciones organizadas por familias en las justificaciones de los estudiantes.

Estamos interesados en la opinión de expertos y expertas y en todas las sugerencias que nos puedan aportar.