

Presentación líneas de investigación

Carmen Sangüesa (csangues@unizar.es)

Equipo de trabajo:

Área de Estadística e Investigación operativa

José Antonio Adell (adell@unizar.es), Germán Badía (gbadia@unizar.es)

Lola Berrade (berrade@unizar.es)

Área de Mecánica de Fluídos

Esteban Calvo (calvober@unizar.es)

Contents

1	MÉTODOS PROBABILÍSTICOS EN TEORÍA DE LA APROXIMACIÓN	3
2	EL PROBLEMA DE LA RUINA EN MATEMÁTICA ACTUARIAL	6
3	ORDENES ESTOCÁSTICOS	9
4	FIABILIDAD	12

1. MÉTODOS PROBABILÍSTICOS EN TEORÍA DE LA APROXIMACIÓN

Prueba probabilística del Teorema de aproximación de Weierstrass

- Toda función continua en el intervalo $[0, 1]$ puede ser aproximada mediante polinomios
- Prueba probabilística (Bernstein) Sea $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$. Construimos el polinomio

$$B_n(f, x) = \sum_{k=0}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k} = E \left[f\left(\frac{B(n, x)}{n}\right) \right] \quad (1)$$

donde $B(n, x)$ es una variable aleatoria Binomial de parámetros n y x

- La ley fuerte de los grandes números nos dice que

$$\frac{B(n, x)}{n} \rightarrow x \quad \text{con probabilidad 1.}$$

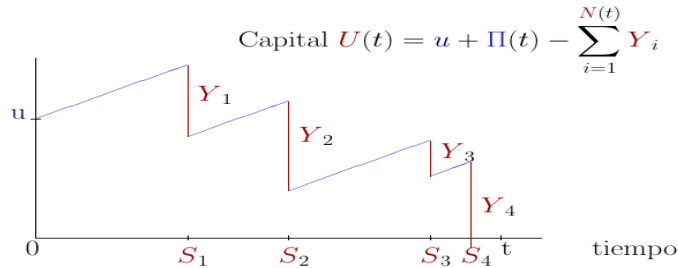
Líneas de trabajo en este tema

- Se puede construir una gran variedad de aproximantes suaves de una función usando variables aleatorias (Poisson, Gamma, Normal...).
- Se pueden aplicar técnicas probabilísticas para medir la velocidad de aproximación.
- Se puede estudiar la preservación de propiedades de forma de la función (monotonía, concavidad) a través de estos operadores.
- Se pueden considerar polinomios de Bernstein aleatorios en problemas de estimación estadística no paramétrica.
- Otras posibles líneas de trabajo:
 - Representaciones probabilísticas de números de Stirling y sus generalizaciones
 - Idem de constantes y funciones analíticas, como la constante de Euler, la función zeta de Riemann y las funciones de Bessel.
 - Tales representaciones permiten dar estimaciones explícitas, expresiones cerradas para las derivadas o computaciones rápidas a velocidad exponencial, según el problema de que se trate.
- Personas que trabajamos en estas cuestiones: José Antonio Adell, Germán Badía, Carmen Sangüesa

2. EL PROBLEMA DE LA RUINA EN MATEMÁTICA ACTUARIAL

Nociones sobre teoría de riesgo

En un *modelo de riesgo* la evolución en el tiempo del capital en una compañía de seguros tiene la siguiente forma:



- Ingresos de la compañía $\Pi(t) = ct$.
- Pérdidas debidas a las reclamaciones de los asegurados
 - $N(t)$: Número de reclamaciones en $(0, t]$, $t > 0$.
 - $Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots$: Cantidades reclamadas

Líneas de trabajo en este tema

- En los modelos de riesgo interesa saber si la ruina es segura o no.
- En el caso en el que la ruina no es segura, interesa saber cuánto vale esta en función del capital inicial.
- Existen expresiones explícitas, pero son muy complejas. La teoría de aproximación puede proporcionar maneras eficientes de dar aproximaciones.

3. ORDENES ESTOCÁSTICOS

Órdenes Estocásticos

- Suponer que queremos comparar dos inversiones. Las ganancias de cada una se describen mediante dos variables aleatorias T_1, T_2 . Queremos decidir cuál de las dos es mejor ¿cómo lo hacemos?
- Orden del "ingeniero": T_2 es mejor que T_1 si $E[T_1] \leq E[T_2]$.
- Aunque esto suceda, puede ser que no nos interese T_2 por otras razones (por ejemplo, mayor variabilidad).
- Orden estocástico usual: T_2 es mejor que T_1 si $P(T_1 > x) \leq P(T_2 > x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- Existen muchos otros órdenes (Orden de tasa de fallo, orden convexo...)

Líneas de trabajo en este tema

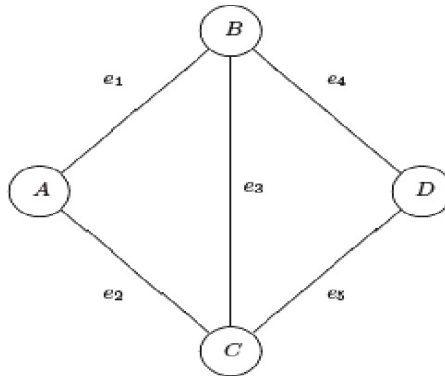
- Estudiar diferentes ordenaciones estocásticas, sus propiedades y sus relaciones.
- Estudiar órdenes estocásticos multivariantes.
- Aplicaciones: Economía, Ingeniería, Investigación Operativa (modelos de inventario), Teoría de la Aproximación.
- Personas que trabajamos en estos temas: Germán Badía, Carmen Sangüesa.

4. FIABILIDAD

Fiabilidad de sistemas

- Uno de los objetivos en fiabilidad es el estudio de los tiempos de vida de sistemas

Fig. 6.1. The Wheatstone bridge



(Samaniego, System signatures and their applications in engineering reliability, Springer, 2007)

- La corriente tiene que ir de A a D y sólo podrá hacerlo si hay un camino donde todas las componentes funcionan.
- Si suponemos que los tiempos de vida de las componentes e_1, \dots, e_5 son variables aleatorias X_1, \dots, X_5 ¿Cómo se expresa el tiempo de vida T del sistema?
- ¿qué propiedades de envejecimiento de las variables originales (tasa de fallo creciente, por ejemplo) hereda el tiempo de vida del sistema T ?

Modelos de mantenimiento en Fiabilidad

- Los sistemas se deterioran con el tiempo y sus fallos pueden provocar graves riesgos de seguridad así como elevados costes (puente, bomba de refrigeración, telesilla...).
- Es necesario medir la fiabilidad de estos sistemas, así como realizar mantenimientos preventivos para evitar que fallen.
- Los órdenes estocásticos y las propiedades de edad sirven para ambos propósitos.
- Se deben sopesar los costes de llevar a cabo un mantenimiento preventivo, así como los de no realizarlo, sin poder evitar un fallo catastrófico.
- Los procedimientos de optimización son también una herramienta muy valiosa en el ámbito de la fiabilidad.
- Personas que trabajamos en fiabilidad: Germán Badía, Lola Berrade, Esteban Calvo, Carmen Sangüesa.

Algunos trabajos fin de estudios realizados en estas líneas (y otras)

- Órdenes estocásticos y sus aplicaciones en modelos de riesgo de matemática actuarial.
- Dimensión de Hausdorff en el espacio de distribuciones de probabilidad con técnicas de teoría de la información.
- Análisis de fiabilidad de máquinas automáticas de cobro de efectivo.
- Una aplicación de mixturas de procesos de Poisson no homogéneos en fiabilidad de sistemas. Comparación de los mantenimientos por la edad y por número de fallos.
- Mantenimiento de un sistema para la prevención de fallos por defectos ocultos y fallos por uso (TFM).
- Propiedades de forma y positividad total en números de Stirling generalizados (TFM).
- Propiedades probabilísticas relacionadas con el envejecimiento de sistemas. Aplicaciones en fiabilidad.
- Clases de fiabilidad y órdenes estocásticos. Aplicaciones en modelos de inventario (TFM).
- Métodos probabilísticos en el estudio de operadores lineales positivos.
- Permanentes de matrices y aplicaciones en probabilidad y en estadística.