

Alcañiz, 12-14 de abril de 2024

# XVII EITA RESEARCH MEETING IN APPROXIMATION THEORY 2024

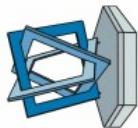
Organizado por el Grupo "Análisis y Física Matemática" (E48-23R)



- |                   |                      |                    |
|-------------------|----------------------|--------------------|
| J. A. Adell (UZ)  | J. C. Candeal(UZ)    | T. Pérez (UGr)     |
| D. Alonso (UZ)    | G. Corach (CONNICET) | S. Vilariño (UZ)   |
| J. Betancor (ULL) | J. Oliva-Maza (UZ)   | A. Villena ((UGr)) |
| O. Blasco (UV)    | J. Ortega (UB)       |                    |



**ALCAÑIZ** AYUNTAMIENTO



Instituto Universitario de Investigación  
de Matemáticas  
y Aplicaciones  
**Universidad Zaragoza**



GOBIERNO  
DE ARAGÓN  
Departamento de Educación,  
Ciencia y Universidades

## **Programa XVII EITA 2024, Alcañiz (Teruel)**

| <b>Viernes, 12 abril</b><br>Hotel Ciudad de Alcañiz | <b>Sábado, 13 abril</b><br>Sala Balcones, Ayto de Alcañiz | <b>Domingo, 14 de abril</b><br>Hotel Ciudad de Alcañiz |
|---|---|--|
|   | 09:30-10:00 Jorge Betancor (ULL)                          |  |
|   | 10:05-10:35 Armando Villena (UGr)                         | 10:00-10:30 José Antonio Adell (UZ)                    |
|   | 10:40-11:10 Joaquín M. Ortega (UB)                        | 10:35-11:05 Óscar Blasco (UV)                          |
|   | 11:15-11:45 <i>Pausa del café</i>                         | 11:10 <i>Clausura encuentro</i>                        |
|   | 11:45-12:15 Gustavo Corach (CONICET)                      |  |
|   | 12:20-12:50 Jesús Oliva-Maza (UZ)                         | 11:30-12:00 <i>Café de despedida</i>                   |
|   | 12:55-13:10 Juan Carlos Candeal (UZ)                      |  |
| <i>18:20 Inauguración encuentro</i>                 | <i>14:00-16:00 Comida Restaurante</i><br><i>Micelios</i>  |  |
| 18:30-19:00 David Alonso (UZ)                       |   |  |
| 19:05-19:35 Maite Pérez (UGr)                       | 17:30-19:30 <i>Visita guiada Alcañiz</i>                  |  |
| 19:40-20:10 Silvia Vilariño (UZ)                    |   |  |
| 21:00 <i>Cena Hotel Ciudad Alcañiz</i>              | 21:00 <i>Cena Hotel Ciudad Alcañiz</i>                    |  |

## **$\theta$ -convolution bodies and Ball's bodies of the covariogram function**

David Alosod Gutiérrez<sup>1</sup>,

In this talk we will consider the problem of finding the best possible function  $\varphi_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  such that for any pair of convex bodies  $K, L \subseteq \mathbb{R}^n$  the following Brunn-Minkowski type inequality is satisfied:

$$|K +_\theta L|^{\frac{1}{n}} \geq \varphi_n(\theta)(|K|^{\frac{1}{n}} + |L|^{\frac{1}{n}}),$$

where  $K +_\theta L$  denotes the  $\theta$ -convolution body of  $K$  and  $L$ , defined as

$$K +_\theta L = \{x \in K + L : |K \cap (x - L)| \geq \theta \max_{x_0 \in \mathbb{R}^n} |K \cap (x_0 - L)|\}.$$

We will provide the best possible function in the range  $(\frac{3}{4})^n \leq \theta \leq 1$ . Since the  $\theta$ -convolution body of  $K$  and  $L$  is a super-level set of the generalized covariogram function, the result will be obtained as a consequence of a sharp inclusion result of Ball's bodies of an  $\alpha$ -concave function into its super-level sets. We will also recall the relation between the  $\theta$ -convolution bodies of  $K$  and  $-K$  and the polar projection body of a convex body and see how such inclusion relation between Ball's bodies of the covariogram function and its super-level sets provide a new proof of Zhang's inequality.

This is a joint work with Javier Marín Goñi.

<sup>1</sup>Departamento de matemáticas  
Universidad de Zaragoza  
Pedro Cerbuna 12, 50009 Zaragoza  
alonsod@unizar.es

## Sobolev orthogonal polynomials for solving the Schrödinger equation

Teresa E. Pérez<sup>1</sup>

### SUMMARY

In the variational formulation of a boundary value problem for the harmonic oscillator, Sobolev inner products appear in a natural way. We study the sequences of Sobolev orthogonal polynomials with respect to such an inner product and their representations in terms of Gegenbauer polynomials. An algorithm to generate this Sobolev orthogonal polynomials in a recursive way is stated. Also we obtain the outer relative asymptotics between the Sobolev orthogonal polynomials and classical Legendre polynomials, and we analyze the solution of the boundary value problem in terms of a Fourier-Sobolev projector. Finally, we provide numerical tests concerning the reliability and accuracy of the Sobolev spectral method.

This is a joint work with L. Fernández, F. Marcellán, and M. A. Piñar,

### References

- [1] Q. Ai, H. Li, Z. Wang, Diagonalized Legendre spectral methods using Sobolev orthogonal polynomials for elliptic boundary value problems, *Appl. Numer. Math.* 127 (2018), 196-210.
- [2] L. Fernández, F. Marcellán, T. E. Pérez, M. A. Piñar, Sobolev orthogonal polynomials and spectral methods in boundary value problems. *Appl. Numer. Math.* (to appear)
- [3] L. Fernández, F. Marcellán, T. E. Pérez, M. A. Piñar, Sobolev orthogonal polynomials for solving the Schrödinger equation with potentials  $V(x) = x^{2k}, k > 1$  (accepted)
- [4] X. Yu, Z. Wang, H. Li, Jacobi Sobolev orthogonal polynomials and spectral methods for elliptic boundary value problems. *Comm. Appl. Math. Comput.* 1 (2019) 283-308.

<sup>1</sup>Instituto de Matemáticas IMAG & Departamento de Matemática Aplicada. Universidad de Granada (Spain). E-mail address: tperez@ugr.es

## Reducción de Marsden-Weinstein de teorías de campos

Javier de Lucas<sup>1</sup>, Xavier Rivas<sup>2</sup>, Silvia Vilariño<sup>3</sup>, Bartosz M. Zawora<sup>1</sup>

### SUMMARY

El problema de reducción de sistemas con simetría ha sido un tema de interés de Físicos y Matemáticos en las últimas décadas. Los cuales buscan reducir el número de ecuaciones que describen el comportamiento del sistema encontrando integrales primas o leyes de conservación.

El uso de métodos geométricos en este contexto ha proporcionado herramientas muy poderosas. Entre los pioneros de este enfoque se encuentra el procedimiento de reducción de Marsden y Weinstein [2] en el contexto de los sistemas Hamiltonianos autónomos definidos en variedades simplécticas bajo la acción de un grupo de Lie de simetrías del sistema. Casi 50 años después de este primer trabajo, el esquema de Marsden-Weinstein se ha extendido a diferentes tipos de geometrías.

El objetivo de esta charla es revisar algunos de los resultados más recientes de procedimientos de reducción de tipo Marsden-Weinstein en estructuras geométricas que aparecen de modo natural en el estudio de las teorías clásicas de campos como pueden ser las estructuras k-policosimplécticas o las estructuras k-contacto.

### References

- [1] J. de Lucas, X. Rivas, S. Vilariño, B. M. Zawora. On k-policosymplectic Marsden–Weinstein reductions. *J. Geom. Phys.*, 191:104899, 2023. 10.1016/j.geomphys.2023.104899. 9, 11
- [2] J. E. Marsden, A. Weinstein. Reduction of symplectic manifolds with symmetry. *Rep. Math. Phys.*, 5(1):121–130, 1974. doi: 10.1016/0034-4877(74)90021-4
- [3] J. C. Marrero, N. Román-Roy, M. Salgado, S. Vilariño. Reduction of polysymplectic manifolds. *J. Phys. A: Math. Theor.*, 48(5):055206, 2015. 10.1088/1751-8113/48/5/055206. 3, 10, 1

<sup>1</sup>Department of Mathematical Methods in Physics  
University of Warsaw  
email: [javier.de.lucas@fuw.edu.pl](mailto:javier.de.lucas@fuw.edu.pl)

<sup>2</sup>Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología  
Universidad Internacional de La Rioja  
email: [xavier.rivas@unir.net](mailto:xavier.rivas@unir.net)

<sup>3</sup>Departamento de Matemática Aplicada e Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones  
Universidad de Zaragoza  
email: [silviavf@unizar.es](mailto:silviavf@unizar.es)

<sup>1</sup>Department of Mathematical Methods in Physics  
University of Warsaw  
email: [b.zawora@uw.edu.pl](mailto:b.zawora@uw.edu.pl)

XVII Encuentros de Investigación en Teoría de la Aproximación (EITA)  
Alcañiz, 12-14 de abril de 2024

## Caracterización mediante funciones maximales de los espacios de Hardy asociados a polinomios de Laguerre

Jorge J. Betancor<sup>1</sup>

### SUMMARY

En esta comunicación consideramos los espacios de Hardy atómicos  $H^1((0, \infty), \gamma_\alpha)$  asociados con la medida de probabilidad no doblante  $d\gamma_\alpha(x) = \frac{2x^{2\alpha+1}}{\Gamma(\alpha+1)}e^{-x^2}dx$  en  $(0, \infty)$ , siendo  $\alpha > -1/2$ . Caracterizamos  $H^1((0, \infty), \gamma_\alpha)$  mediante dos funciones maximales locales. Probamos también que la función maximal truncada definida por el semigrupo generado por el operador diferencial de  $\alpha$ -Laguerre es acotado de  $H^1((0, \infty), \gamma_\alpha)$  en  $L^1((0, \infty), \gamma_\alpha)$ .

Los resultados presentados han sido obtenidos en colaboración con E. Dalmasso, P. Quijano y R. Scotto (Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina).

<sup>1</sup>Departamento de Análisis Matemático  
Universidad de La Laguna

## Jordan isomorphisms of group algebras

Armando R. Villena<sup>1</sup>

### SUMMARY

Let  $G$  and  $H$  be locally compact groups. A celebrated theorem by Wendel [1] states that each contractive isomorphism  $\Phi: L^1(G) \rightarrow L^1(H)$  is necessarily implemented by a homeomorphic group isomorphism from  $H$  onto  $G$  and is actually an isometry. We will show that each contractive Jordan isomorphism  $\Phi: L^1(G) \rightarrow L^1(H)$  is either an isometric isomorphism or an isometric anti-isomorphism, and, in either case,  $G$  and  $H$  are isomorphic as topological groups. We will apply this result to prove that if  $G$  is a maximally almost periodic group, then each surjective approximately local isometric automorphism  $\Phi: L^1(G) \rightarrow L^1(G)$  is an isometric automorphism.

### References

- [1] J. G. Wendel, Left centralizers and isomorphisms of group algebras. *Pacific J. Math.* **2** (1952), 251-261.

<sup>1</sup>Departamento de Análisis Matemático  
Universidad de Granada  
email: avillena@ugr.es

## Signed trace measures on non-isotropic potential spaces

Joaquín M. Ortega<sup>1</sup>, Carme Cascante<sup>1</sup>

### SUMMARY

In the unit sphere of  $\mathbb{S}^n$ , we consider the space of non-isotropic Riesz potentials  $H^s(\mathbb{S}^n)$ , of functions  $K_s[\varphi]$  such that  $\varphi \in L^2(\mathbb{S}^n)$ , where the non-isotropic Riesz operator  $K_s$ ,  $0 < s < n$ , is defined, up to a constant, by

$$K_s[\varphi](\zeta) = \int_{\mathbb{S}^n} \frac{\varphi(\eta)}{|1 - \zeta \bar{\eta}|^{n-s}} d\sigma(\eta).$$

Here  $d\sigma$  is the normalized Lebesgue measure on  $\mathbb{S}^n$ . The space  $H^s(\mathbb{S}^n)$  is normed by  $\|K_s[\varphi]\|_{H^s(\mathbb{S}^n)} = \|\varphi\|_{L^2(\mathbb{S}^n)}$ .

We study the “weights”  $b$  (that may change sign) on  $\mathbb{S}^n$ , that are trace measures for  $H^s(\mathbb{S}^n)$ , that is,

$$\left| \int_{\mathbb{S}^n} |\varphi|^2 b \, d\sigma \right| \lesssim \|\varphi\|_{H^s(\mathbb{S}^n)}^2.$$

We obtain a characterization in capacitary terms of a non negative measure.

### References

- [1] C. Cascante, J.M. Ortega. Bilinear forms on potential spaces in the unit circle Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A **150** (2020), 2117-2154.
- [2] C. Cascante, J.M. Ortega. Signed trace measures on non-isotropic potential spaces. Preprint (2024).

<sup>1</sup>Departament de Matemàtiques i Informàtica  
Universitat de Barcelona  
email: [ortega@ub.edu](mailto:ortega@ub.edu); [cascante@ub.edu](mailto:cascante@ub.edu)

XVII Encuentros de Investigación en Teoría de la Aproximación (EITA)  
Alcañiz, 12-14 de abril de 2024

## Geometría hiperbólica en álgebras $C^*$

Gustavo Corach<sup>1</sup>

### SUMMARY

Hay dos modelos clásicos de espacio hiperbólico en el plano complejo: el disco de Poincaré y el semiplano de Poincaré. En este trabajo tratamos de extender resultados típicos de geometría hiperbólica en el contexto no commutativo cuando el plano se reemplaza por un álgebra  $C^*$  con unidad. El hecho fundamental es que ambos espacios, el disco y el semiplano, se identifican con ciertas fibras de un fibrado cuyo espacio consiste de las reflexiones del álgebra y su base son las reflexiones autoadjuntas (identificables respectivamente con los idempotentes y las proyecciones ortogonales). El conocimiento previo de las propiedades de tal fibrado permite determinar exactamente cuáles son las propiedades clásicas que se extienden al caso vectorial. Trabajo en colaboración con en colaboración con Esteban Andruchow y Lázaro Recht.

<sup>1</sup>Instituto Argentino de Matemática  
“Alberto P. Calderón,”, CONICET,  
Buenos Aires, Argentina

## Estudio espectral de operadores integrales mediante grupos de composición pesados

Luciano Abadias<sup>1</sup>, José E. Galé<sup>1</sup>, Pedro J. Miana<sup>1</sup>, Jesús Oliva-Maza<sup>2</sup>

### SUMMARY

Sean  $\mathcal{J}$ ,  $\mathfrak{H}$  el operador de Siskakis [5] y el operador asociado a la matriz reducida de Hilbert, respectivamente. Éstos vienen dados por

$$\mathcal{J}f(z) = \frac{1}{1-z} \int_1^z \frac{f(\xi)}{1+\xi} d\xi, \quad \mathfrak{H}f(z) = \int_{-1}^1 \frac{f(\xi)}{1-z\xi} d\xi, \quad z \in \mathbb{D}.$$

En esta charla, presentaremos los resultados de nuestro trabajo reciente [1], en el que obtenemos el espectro detallado de dos familias multiparamétricas de operadores integrales pesados,  $\mathcal{J}_\delta^{\mu,\nu}$  y  $\mathfrak{H}_\delta^{\mu,\nu}$ , las cuales están inspiradas por los operadores  $\mathcal{J}$  y  $\mathfrak{H}$  respectivamente. Nuestros métodos se basan en la representación de los operadores  $\mathcal{J}_\delta^{\mu,\nu}$ ,  $\mathfrak{H}_\delta^{\mu,\nu}$  como operadores subordinados en términos de grupos de composición pesados  $(u_t C_{\varphi_t})$ . Este método nos permite reducir el estudio espectral de los operadores integrales  $\mathcal{J}_\delta^{\mu,\nu}$ ,  $\mathfrak{H}_\delta^{\mu,\nu}$  al estudio del espectro del generador infinitesimal  $\Delta$  del grupo  $(u_t C_{\varphi_t})$ , el cual es un operador diferencial lineal de primer orden.

Por otro lado, nuestros resultados del estudio espectral del generador  $\Delta$  nos permiten obtener una descripción detallada del espectro del grupo de composición pesado  $(u_t C_{\varphi_t})$ . Esto abre una nueva línea para estudiar el espectro de operadores de composición pesados invertibles  $uC_\varphi$ , el cual es un problema abierto desde [4], c.f. [2, 3]. Actualmente, estamos obteniendo resultados positivos del espectro de  $uC_\varphi$  siguiendo dicha línea de investigación.

### References

- [1] L. Abadias, J.E. Galé, P.J. Miana, J. Oliva-Maza. Weighted hyperbolic composition groups on the unit disc and subordinated integral operators. *Adv. Math.* (2024). To appear.
- [2] I. Chalendar, E. Gallardo-Gutiérrez, J. Partington. Weighted composition operators on the Dirichlet space: boundedness and spectral properties. *Math. Annalen* **363** (2015) 1265-1279.
- [3] O. Hyvärinen, M. Lindström, I. Nieminen, E. Saukko. Spectra of weighted composition operators with automorphic symbols. *J. Funct. Anal.* **265**(8) (2013) 1749-1777.
- [4] H. Kamowitz. The spectra of a class of operators on the disc algebra. *Indiana Univ. Math. J.* **27**(4) (1978) 581–610.
- [5] A. Siskakis. Weighted composition semigroups on Hardy spaces. *Linear Algebra Appl.* **84** (1986) 359-371.

<sup>1</sup>Departamento de Matemáticas  
Universidad de Zaragoza

<sup>2</sup>Institute of Mathematics  
Polish Academy of Sciences  
email: [joliva@impan.pl](mailto:joliva@impan.pl)

XVII Encuentros de Investigación en Teoría de la Aproximación (EITA)  
Alcañiz, 12-14 de abril de 2024

## Teoría de representación de estructuras ordenadas

Juan Carlos Candeal<sup>1</sup>

Comenzando con una breve discusión sobre la importancia que tiene el estudio de la representación numérica de estructuras ordenadas en distintas disciplinas, pasaremos a presentar algunos resultados que caracterizan la existencia de ciertos tipos de representación en conjuntos ordenados que han jugado, y juegan, un papel destacado en la literatura.

<sup>1</sup>Departamento de Análisis Económico  
Universidad de Zaragoza  
Pedro Cerbuna 12, 50009 Zaragoza  
[candeal@unizar.es](mailto:candeal@unizar.es)

## Polinomios de Bernstein deterministas y aleatorios

José A. Adell<sup>1</sup>, Daniel Cárdenas-Morales<sup>2</sup>

### SUMMARY

Los polinomios de Bernstein  $B_n f$  de una función  $f$  constituyen el ejemplo paradigmático de los operadores lineales positivos de aproximación. Desde la década de los 90, se conoce que la velocidad de convergencia en norma uniforme viene caracterizada mediante

$$K_1 \omega_2^\varphi \left( f, \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \leq \|B_n f - f\| \leq K_2 \omega_2^\varphi \left( f, \frac{1}{\sqrt{n}} \right),$$

donde  $\omega_2^\varphi(f, \cdot)$  denota el segundo módulo de continuidad de Ditzian-Totik con peso  $\varphi(x) = \sqrt{x(1-x)}$ . Si bien se han dado estimaciones de la constante  $K_2$  en la desigualdad directa, no se conoce a día de hoy ningún resultado análogo para la constante  $K_1$  en la desigualdad inversa.

En esta charla, abordamos el problema de dar estimaciones superiores e inferiores de  $K_1$ , utilizando para ello diversas herramientas: iteradas del operador  $B_n$  y sus correspondientes representaciones probabilísticas, diferentes expresiones de las derivadas de  $B_n f$ , particularmente en términos de los polinomios de Krawtchouk (los polinomios ortogonales con respecto a la ley binomial) y estimaciones ajustadas de momentos inversos.

Consideramos asimismo polinomios de Bernstein aleatorios, obtenidos cuando se sustituyen los nodos  $k/n$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$  mediante nodos estocásticos y damos resultados de convergencia uniforme en probabilidad con constantes explícitas, prestando especial atención al caso en el que los nodos son los estadísticos ordenados de una muestra aleatoria simple de variables uniformes en el intervalo  $[0, 1]$ .

<sup>1</sup>Departamento de Métodos Estadísticos  
Universidad de Zaragoza  
email: adell@unizar.es

<sup>2</sup>Departamento de Matemáticas  
Universidad de Jaén  
email: cardenas@ujaen.es

XVII Encuentros de Investigación en Teoría de la Aproximación (EITA)  
Alcañiz, 12-14 de abril de 2024

## Boundedness and compactness of Hausdorff operators on Fock spaces

Oscar Blasco<sup>1</sup>, Antonio Galbis<sup>2</sup>

### SUMMARY

We obtain a complete characterization of the bounded Hausdorff operators acting on a Fock space  $F_\alpha^p$  and taking its values into a larger one  $F_\alpha^q$ ,  $0 < p \leq q \leq \infty$ , as well as some necessary or sufficient conditions for a Hausdorff operator to transform a Fock space into a smaller one. Some results are written in the context of mixed norm Fock spaces. Also the compactness of Hausdorff operators on a Fock space is characterized. The compactness result for Hausdorff operators on the Fock space  $F_\alpha^\infty$  is extended to more general Banach spaces of entire functions with weighted sup norms defined in terms of a radial weight and conditions for the Hausdorff operators to become  $p$ -summing are also included.

### References

- [1] Bonet, J. *Hausdorff operators on weighted Banach spaces of type  $H^\infty$* . Complex Anal. Oper. Theory **16** (2022), no.1, Paper No. 12, 14 pp.
- [2] Galanopoulos, P.; Stylogiannis, G. *Hausdorff operators on Fock Spaces and a coefficient multiplier problem*. Proc. Amer. Math. Soc. **151** (2023), no.7, 3023–3035.

<sup>1</sup>Departamento de Análisis Matemático  
Universidad de Valencia  
email: [oscar.blasco@uv.es](mailto:oscar.blasco@uv.es)

<sup>2</sup>Departamento de Análisis Matemático  
Universidad de Valencia  
email: [antonio.galbis@uv.es](mailto:antonio.galbis@uv.es)

## PARTICIPANTES XVII EITA 12-14 de abril de 2024

|    | Nombre                   | Universidad |
|----|--------------------------|-------------|
| 1  | David Alonso             | UZ          |
| 2  | Jesús Bastero            | UZ          |
| 3  | Marisa Rezola            | UZ          |
| 4  | Mario Pérez              | UZ          |
| 5  | Oscar Blasco             | UV          |
| 6  | Jesús Oliva-Maza         | UZ          |
| 7  | Carmen Sangüesa          | UZ          |
| 8  | María José Cantero       | UZ          |
| 9  | Alejandro Mahillo        | UZ          |
| 10 | Luis Velázquez           | UZ          |
| 11 | Joaquín M. Ortega        | UB          |
| 12 | Glenier Bello            | UZ          |
| 13 | María P. Alfaro          | UZ          |
| 14 | José E. Galé             | UZ          |
| 15 | Jorge Casanova           | UZ          |
| 16 | Silvia Vilariño          | UZ          |
| 17 | Jorge Betancor           | ULL         |
| 18 | Gustavo Corach           | CONICET     |
| 19 | Mayte Pérez              | UGr         |
| 20 | Armando Villena          | UGr         |
| 21 | Luciano Abadias          | UZ          |
| 22 | José A. Adell            | UZ          |
| 23 | Pedro J. Miana           | UZ          |
| 24 | Juan C. Candal           | UZ          |
| 25 | Luis Rández              | UZ          |
| 26 | José M. Franco           | UZ          |
| 27 | Juan J. Royo Espallargas | UZ          |
| 28 | María Martínez           | UZ          |
| 29 | Luis Sánchez Lajusticia  | UZ          |